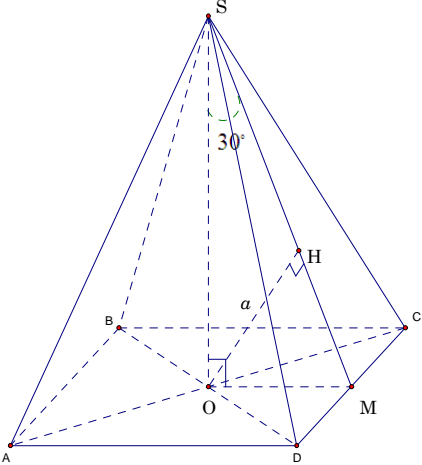


Câu	Nội dung	Điểm															
1	a) * TXĐ: $\mathbb{R}$ . * Sự biến thiên - Chiều biến thiên: $y' = 3x^2 - 6x, y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x = 2$ .	0,25															
	Khoảng đồng biến: $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$ , khoảng nghịch biến: $(0; 2)$ . - Cực trị: $x_{CT} = 2, y_{CT} = -3. x_{CD} = 0, y_{CD} = 1$ . - Giới hạn: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty; \lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$ .	0,25															
	- Bảng biến thiên	0,25															
	<table border="1" style="margin: auto;"> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>x</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>-\infty</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>0</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>2</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>y'</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>+</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>0</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>-</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>0</math></td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>y</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>-\infty</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>1</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>-3</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>+\infty</math></td> </tr> </table>	$x$	$-\infty$	$0$	$2$	$+\infty$	$y'$	$+$	$0$	$-$	$0$	$y$	$-\infty$	$1$	$-3$	$+\infty$	
	$x$	$-\infty$	$0$	$2$	$+\infty$												
$y'$	$+$	$0$	$-$	$0$													
$y$	$-\infty$	$1$	$-3$	$+\infty$													
* Đồ thị		0,25															
b) Giả sử $M(m, m^3 - 3m^2 + 1), N(n, n^3 - 3n^2 + 1)$ với $m \neq n$ . Vì tiếp tuyến tại $M, N$ song song với nhau nên $y'(m) = y'(n)$ hay $3m^2 - 6m = 3n^2 - 6n \Leftrightarrow 3(m - n)(m + n - 2) = 0$ , suy ra $n = 2 - m, m \neq 1$ . Khi đó, ta tính được	0,25																
	$MN^2 = (n - m)^2 + (n^3 - 3n^2 + 1 - m^3 + 3m^2 - 1)^2$ $= 4(m - 1)^6 - 24(m - 1)^4 + 40(m - 1)^2.$	0,25															
	Theo giả thiết, $MN = 4\sqrt{2} \Leftrightarrow 4(m - 1)^6 - 24(m - 1)^4 + 40(m - 1)^2 = 32$ $\Leftrightarrow (m - 1)^2 = 4 \Leftrightarrow m = 3$ hoặc $m = -1$ .	0,25															
	Vậy các điểm cần tìm là $M(3; 1), N(-1; -3)$ hoặc $M(-1; -3), N(3; 1)$ .	0,25															

2	<p>Phương trình đã cho tương đương với  <math>4\cos^3 x - 2\sin^3 x + \sin x = 3\sin x - 4\sin^3 x \Leftrightarrow 2\cos^3 x - \sin x + \sin^3 x = 0</math>.</p> <p>Ta thấy <math>\sin x = 0</math> không thỏa mãn phương trình, chia cả hai vế của phương trình cho <math>\sin^3 x</math>, thu được phương trình  <math>2\cot^3 x - (1 + \cot^2 x) + 1 = 0 \Leftrightarrow 2\cot^3 x - \cot^2 x = 0 \Leftrightarrow \cot x = 0</math> hoặc <math>\cot x = 2</math>.</p> <p>* <math>\cot x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi</math>.</p> <p>* <math>\cot x = 2 \Leftrightarrow x = \text{arc cot } 2 + k\pi</math>.</p> <p>Vậy phương trình có hai họ nghiệm <math>x = \frac{\pi}{2} + k\pi</math> hoặc <math>x = \text{arc cot } 2 + k\pi</math>.</p>	0,25
3	<p>Hệ phương trình xác định với mọi <math>x, y \in \mathbb{R}</math>.</p> <p>Để có <math>x + \sqrt{x^2 - 2x + 2} \neq 0, \forall x</math> nên phương trình thứ nhất tương đương với  <math>(2x - 2)(x + \sqrt{x^2 - 2x + 2}) = (2x - 2)(3^y + 1)</math></p> <p>* Nếu <math>x = 1</math> thì <math>y + \sqrt{y^2 + 1} = 1 \Leftrightarrow \sqrt{y^2 + 1} = 1 - y \Leftrightarrow \begin{cases} y \leq 1 \\ y^2 + 1 = 1 - 2y + y^2 \end{cases} \Leftrightarrow y = 0</math>.</p> <p>Suy ra nghiệm của hệ đã cho <math>(x; y) = (1; 0)</math>.</p>	0,25
	<p>* Nếu <math>x \neq 1</math> thì ta có <math>x + \sqrt{x^2 - 2x + 2} = 3^y + 1 \Leftrightarrow x - 1 + \sqrt{(x - 1)^2 + 1} = 3^y</math>.</p> <p>Đặt <math>x - 1 = t</math>, ta thu được hệ phương trình <math>\begin{cases} t + \sqrt{t^2 + 1} = 3^y &amp; (1) \\ y + \sqrt{y^2 + 1} = 3^t &amp; (2). \end{cases}</math></p> <p>Từ (1), (2) suy ra <math>t + \sqrt{t^2 + 1} + 3^t = y + \sqrt{y^2 + 1} + 3^y</math> (3).</p> <p>Để thấy hàm số <math>f(u) = u + \sqrt{u^2 + 1} + 3^u</math> đồng biến trên <math>\mathbb{R}</math>, do đó (3) <math>\Leftrightarrow t = y</math>.</p>	0,25
	<p>Khi đó (2) <math>\Leftrightarrow y + \sqrt{y^2 + 1} = 3^y \Leftrightarrow y \ln 3 - \ln(y + \sqrt{y^2 + 1}) = 0</math> (4).</p>	0,25
	<p>Xét hàm số <math>g(y) = y \ln 3 - \ln(y + \sqrt{y^2 + 1})</math>, ta có  <math>g'(y) = \ln 3 - \frac{1}{\sqrt{y^2 + 1}} &gt; \ln 3 - 1 &gt; 0, \forall y</math>, chứng tỏ hàm số <math>g(y)</math> đồng biến trên <math>\mathbb{R}</math>,</p> <p>do vậy (4) <math>\Leftrightarrow g(y) = g(0) \Leftrightarrow y = 0</math>. Khi đó <math>x = 1</math> nên trường hợp này loại.</p> <p>Vậy hệ đã cho có nghiệm duy nhất <math>(x; y) = (1; 0)</math>.</p>	0,25
4	<p>Đặt <math>\ln(x + 2) = u, \frac{dx}{(x + 1)^2} = dv</math>, suy ra <math>du = \frac{dx}{x + 2}, v = -\frac{1}{x + 1}</math>.</p> <p>Ta có <math>I = \ln(x + 2) \cdot \left(-\frac{1}{x + 1}\right) \Big _0^1 + \int_0^1 \frac{dx}{(x + 1)(x + 2)}</math></p> <p><math>= \ln(x + 2) \cdot \left(-\frac{1}{x + 1}\right) \Big _0^1 + \ln \left  \frac{x + 1}{x + 2} \right  \Big _0^1</math></p> <p><math>= -\frac{1}{2} \ln 3 + \ln 2 + \ln \frac{2}{3} - \ln \frac{1}{2} = 3 \left( \ln 2 - \frac{1}{2} \ln 3 \right)</math>.</p>	0,25

5		
	<p>Gọi <math>M</math> là trung điểm của <math>CD</math>, kẻ đường cao <math>OH</math> của tam giác <math>SOM</math>, suy ra được</p> $OH = d(O, (SCD)) = a, \angle OSM = (\angle OS, (SCD)) = 30^\circ.$	0,25
	<p>Trong các tam giác vuông <math>SOH, SOM</math>, ta có</p> $SO = \frac{OH}{\sin 30^\circ} = 2a, OM = SO \tan 30^\circ = \frac{2a\sqrt{3}}{3} \Rightarrow AD = 2OM = \frac{4a\sqrt{3}}{3}.$ <p>Do đó <math>V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} AD^2 \cdot SO = \frac{1}{3} \left( \frac{4a\sqrt{3}}{3} \right)^2 2a = \frac{32a^3}{9}</math> (đvtt).</p>	0,25
	<p>Vì <math>AD \parallel BC</math> nên <math>AD \parallel (SCB)</math>, suy ra</p> $d(AD, SC) = d(AD, (SCB)) = d(A, (SCB)).$	0,25
	<p>Mặt khác <math>\frac{d(A, (SCB))}{d(O, (SCB))} = \frac{CA}{CO} = 2</math>, suy ra <math>d(A, (SCB)) = 2a</math>.</p> <p>Vậy <math>d(AD, SC) = 2a</math>.</p>	0,25
6	<p>* Trước hết, bằng biến đổi tương đương, ta chứng minh được bất đẳng thức</p> $\frac{x^3 + y^3}{1 + xy} \geq x + y - 1, \forall x > 0, y > 0. \text{ Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi } x = y = 1.$	0,25
	<p>* Áp dụng ta có <math>A \geq (a + b - 1) + (b + c - 1) - \frac{6b}{1 + \sqrt{3b^2 + 1}} = 1 + b - \frac{6b}{1 + \sqrt{3b^2 + 1}}</math>.</p>	0,25
	<p>Xét hàm số <math>f(b) = 1 + b - \frac{6b}{1 + \sqrt{3b^2 + 1}}</math>, với <math>0 &lt; b &lt; 3</math>.</p> <p>Ta có <math>f'(b) = 1 - \frac{6}{(1 + \sqrt{3b^2 + 1})\sqrt{3b^2 + 1}}</math>. <math>f'(b) = 0 \Leftrightarrow b = 1</math>.</p>	0,25
	<p>Lập bảng biến thiên, suy ra <math>f(b) \geq f(1) = 0 \Rightarrow A \geq 0</math>.</p> <p>Đẳng thức xảy ra khi <math>a = b = c = 1</math>. Vậy giá trị nhỏ nhất của <math>A</math> bằng 0.</p>	0,25
7a	<p>Đường tròn <math>(I)</math> nội tiếp tam giác <math>ABC</math> có tâm <math>I\left(3; \frac{3}{2}\right)</math> và bán kính <math>r = \frac{3}{2}</math>.</p> <p>Đường thẳng <math>AI: x = 3</math>. Gọi <math>M</math> là trung điểm của <math>BC</math>, do tam giác <math>ABC</math> cân tại <math>A</math> nên <math>M</math> là giao điểm của <math>AI</math> với <math>(I)</math> mà <math>AM &gt; AI</math>.</p> <p>Điểm <math>M</math> có tọa độ thỏa mãn hệ <math>\begin{cases} x = 3 \\ x^2 + y^2 - 6x - 3y + 9 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 0 \end{cases}</math> hoặc <math>\begin{cases} x = 3 \\ y = 3 \end{cases}</math>.</p>	0,25

	<p>Nếu <math>M(3;3)</math> thì <math>AM = 1, AI = \frac{5}{2} &gt; AM</math> nên loại trường hợp này.</p> <p>Nếu <math>M(3;0)</math> thì <math>AM = 4, AI = \frac{5}{2} &lt; AM</math> (thỏa mãn). Do đó <math>M(3;0)</math>.</p> <p><math>BC</math> đi qua <math>M</math> và có VTPT là <math>\overline{AM} = (0; -4) = -4(0;1)</math> nên có phương trình <math>y = 0</math>.</p>	0,25
	<p>Giả sử <math>AB</math> có VTPT <math>\vec{n} = (a;b)(a^2 + b^2 &gt; 0)</math>, suy ra <math>AB: a(x-3) + b(x-4) = 0</math>.</p> <p>Vì <math>AB</math> tiếp xúc với <math>(I)</math> nên <math>d(I, AB) = r \Leftrightarrow \frac{\left  -\frac{5}{2}b \right }{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{3}{2} \Leftrightarrow 4b = \pm 3a</math>.</p>	0,25
	<p>* Nếu <math>4b = 3a</math> thì chọn <math>a = 4, b = 3</math>, suy ra <math>AB: 4x + 3y - 24 = 0</math>.</p> <p><math>B = AB \cap BC</math> có tọa độ thỏa mãn <math>\begin{cases} y = 0 \\ 4x + 3y - 24 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 0 \\ x = 6 \end{cases} \Rightarrow B(6;0)</math>.</p> <p>Vì <math>M(3;0)</math> là trung điểm của <math>BC</math> nên suy ra <math>C(0;0)</math>.</p> <p>* Nếu <math>4b = -3a</math> thì tương tự, ta có <math>B(0;0), C(6;0)</math>.</p>	0,25
8a	<p>Ta có <math>\overline{AB} = (3;0;-1)</math>. Giả sử <math>\vec{n} = (a;b;c)(a^2 + b^2 + c^2 &gt; 0)</math> là VTPT của <math>(P)</math>, suy ra <math>(P)</math> có phương trình <math>a(x-1) + b(y-1) + c(z-1) = 0</math>.</p> <p>Vì <math>AB \subset (P)</math> nên <math>\overline{AB} \cdot \vec{n} = 0</math>, suy ra <math>3a - c = 0 \Leftrightarrow c = 3a</math>.</p>	0,25
	<p>Mà <math>d(C, (P)) = \sqrt{14}</math> nên</p> $\frac{ -2a + 3b - 2c }{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = \sqrt{14} \Leftrightarrow \frac{ -8a + 3b }{\sqrt{10a^2 + b^2}} = \sqrt{14}$ <p><math>\Leftrightarrow 76a^2 + 48ab + 5b^2 = 0 \Leftrightarrow b = -2a</math> hoặc <math>5b = -38a</math>.</p>	0,25
	<p>* Nếu <math>b = -2a</math> thì chọn <math>a = 1, b = -2, c = 3</math>, suy ra <math>(P): x - 2y + 3z - 2 = 0</math>.</p>	0,25
	<p>* Nếu <math>5b = -38a</math> thì chọn <math>a = 5, b = -38, c = 15</math>, suy ra <math>(P): 5x - 38y + 15z + 18 = 0</math>.</p>	0,25
9a	<p>Số các số tự nhiên gồm bốn chữ số phân biệt là <math>A_5^4 = 120</math>.</p>	0,25
	<p>Giả sử <math>x = \overline{abcd}</math> là một số chẵn thỏa mãn bài toán, suy ra <math>d \in \{2;4\}</math> - có 2 cách chọn.</p>	0,25
	<p>Với mỗi cách chọn <math>d</math>, số cách chọn bộ <math>(a,b,c)</math> là <math>A_4^3 = 24</math>, suy ra số số tự nhiên chẵn thỏa mãn bài toán là <math>2 \times 24 = 48</math>.</p>	0,25
	<p>Vậy xác suất cần tính là <math>p = \frac{48}{120} = \frac{2}{5}</math>.</p>	0,25
7b	<p>Giả sử <math>A(a;0), B(0;b)</math>, với <math>a &gt; 0, b &gt; 0</math> là các điểm thỏa mãn bài toán. Suy ra <math>d</math> có phương trình <math>\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1</math>.</p> <p>Do <math>d</math> đi qua <math>M</math>, nên ta có <math>\frac{2}{a} + \frac{3}{b} = 1</math>, suy ra <math>a = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{3}{b-3} \right), b &gt; 3</math>.</p>	0,25
	<p>Ta có <math>AB^2 = a^2 + b^2 = \left( 2 + \frac{6}{b-3} \right)^2 + b^2 = 4 + \frac{24}{b-3} + \frac{36}{(b-3)^2} + b^2</math></p> $= 13 + \frac{24}{b-3} + \frac{36}{(b-3)^2} + (b-3)^2 + 6(b-3).$	0,25

	<p>Theo bất đẳng thức Cô-si, ta có đánh giá</p> $AB^2 = 13 + \left( \frac{12}{b-3} + \frac{12}{b-3} + (b-3)^2 \right) + \left( 3(b-3) + 3(b-3) + \frac{36}{(b-3)^2} \right)$ $\geq 13 + 3\sqrt[3]{\frac{12}{b-3} \cdot \frac{12}{b-3} \cdot (b-3)^2} + 3\sqrt[3]{3(b-3) \cdot 3(b-3) \cdot \frac{36}{(b-3)^2}}$ $= 13 + 3\sqrt[3]{144} + 9\sqrt[3]{12}.$	0,25
	<p>Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi <math>(b-3)^3 = 12 \Leftrightarrow b = 3 + \sqrt[3]{12}</math>, khi đó <math>a = 2 + \sqrt[3]{18}</math>.</p> <p>Vậy, đường thẳng <math>d</math> có phương trình <math>\frac{x}{2 + \sqrt[3]{18}} + \frac{y}{3 + \sqrt[3]{12}} = 1</math>.</p>	0,25
<b>8b</b>	<p><math>(P)</math>, <math>(Q)</math>, <math>(\alpha)</math> lần lượt có VTPT <math>\vec{n}_P = (1; 1; -2)</math>, <math>\vec{n}_Q = (2; -1; 1)</math>, <math>\vec{n}_\alpha = (3; -1; 2)</math>.</p>	0,25
	<p>Giao tuyến của <math>(P)</math> và <math>(Q)</math> đi qua điểm <math>A(0; -7; -3)</math> và có VTCP</p> $\vec{u} = [\vec{n}_P; \vec{n}_Q] = (-1; -5; -3).$	0,25
	<p>Mặt phẳng cần tìm đi qua điểm <math>A</math> và có VTPT <math>\vec{n} = [\vec{n}_\alpha; \vec{u}] = (13; 7; -16)</math>.</p>	0,25
	<p>Do vậy có phương trình</p> $13(x-0) + 7(y+7) - 16(z+3) = 0 \Leftrightarrow 13x + 7y - 16z + 1 = 0.$	0,25
<b>9b</b>	<p>Theo khai triển nhị thức Niu-ton, ta có</p> $P(x) = \sum_{k=0}^9 C_9^k (x^2 - x)^k = \sum_{k=0}^9 C_9^k x^k \left( \sum_{i=0}^k C_k^i x^i (-1)^{k-i} \right).$	0,25
	<p>Xét phương trình <math>k+i=7, 0 \leq i \leq k \leq 9</math>, có các nghiệm</p> $(i; k) = (0; 7), (1; 6), (2; 5), (3; 4).$	0,25
	<p>Suy ra hệ số của <math>x^7</math> là</p> $a_7 = C_9^7 C_7^0 (-1)^7 + C_9^6 C_6^1 (-1)^5 + C_9^5 C_5^2 (-1)^3 + C_9^4 C_4^3 (-1)^1$ $= -2304.$	0,25
		0,25

----- HẾT -----